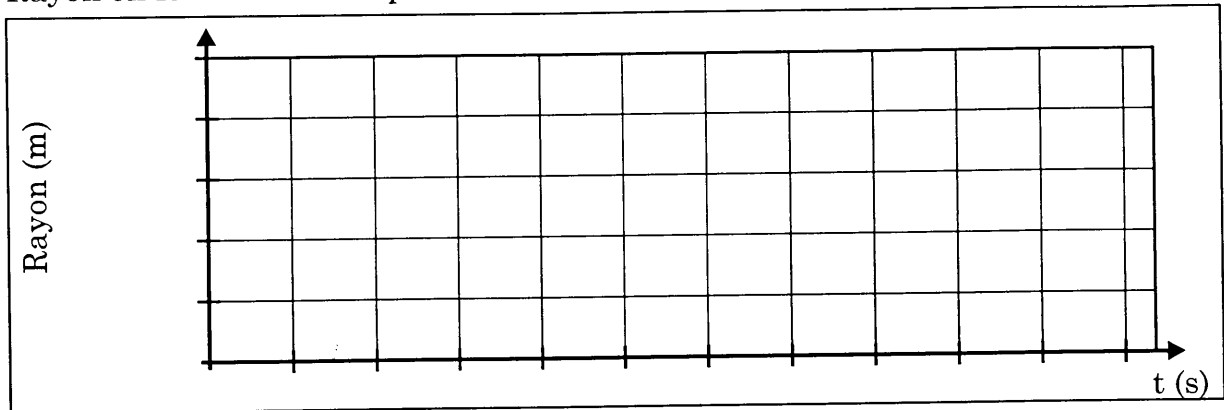
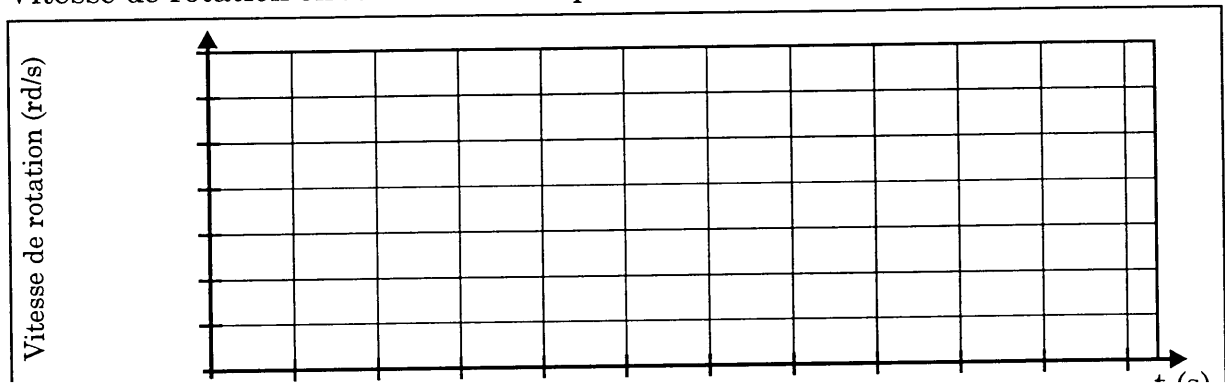


DOCUMENT RÉPONSE DR1

Rayon en fonction du temps

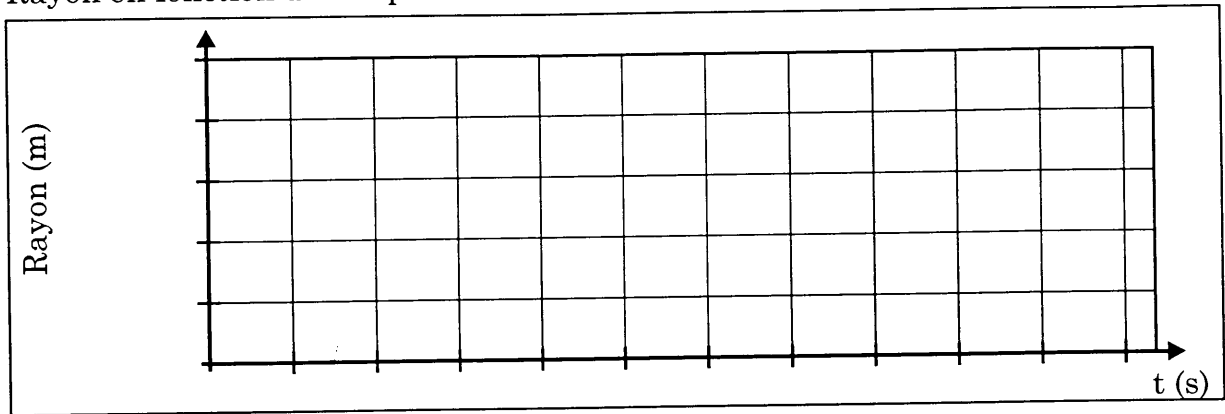


Vitesse de rotation en fonction du temps

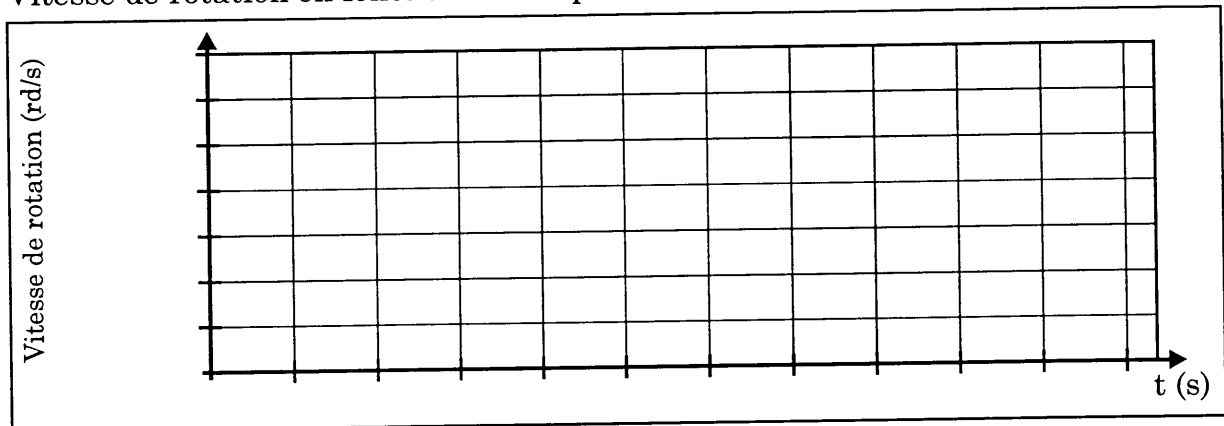


DOCUMENT RÉPONSE DR1

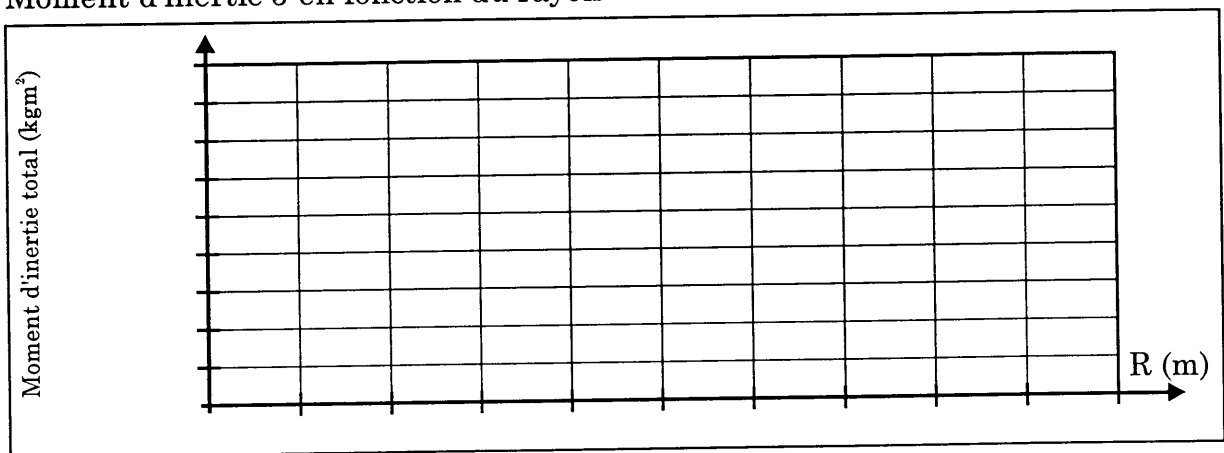
Rayon en fonction du temps



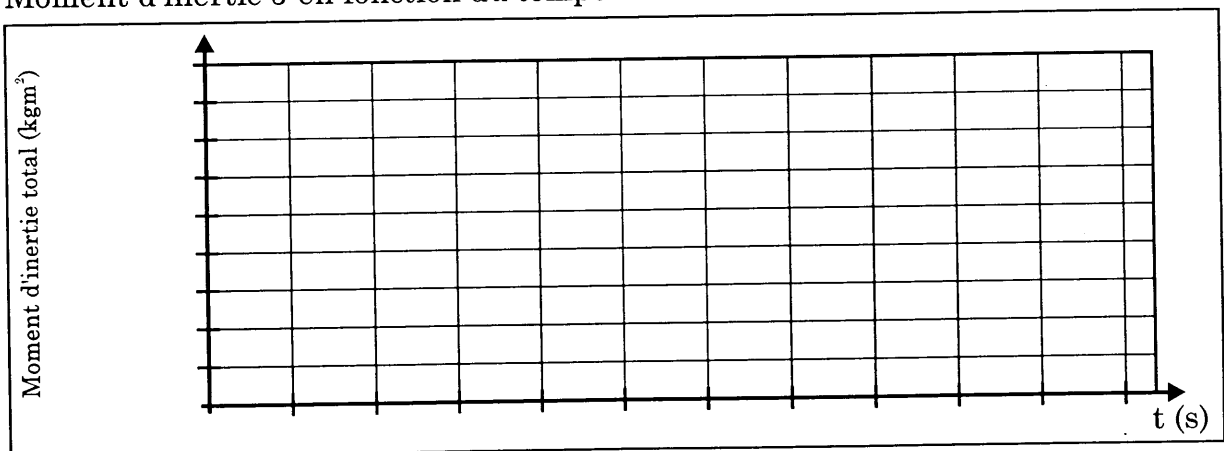
Vitesse de rotation en fonction du temps



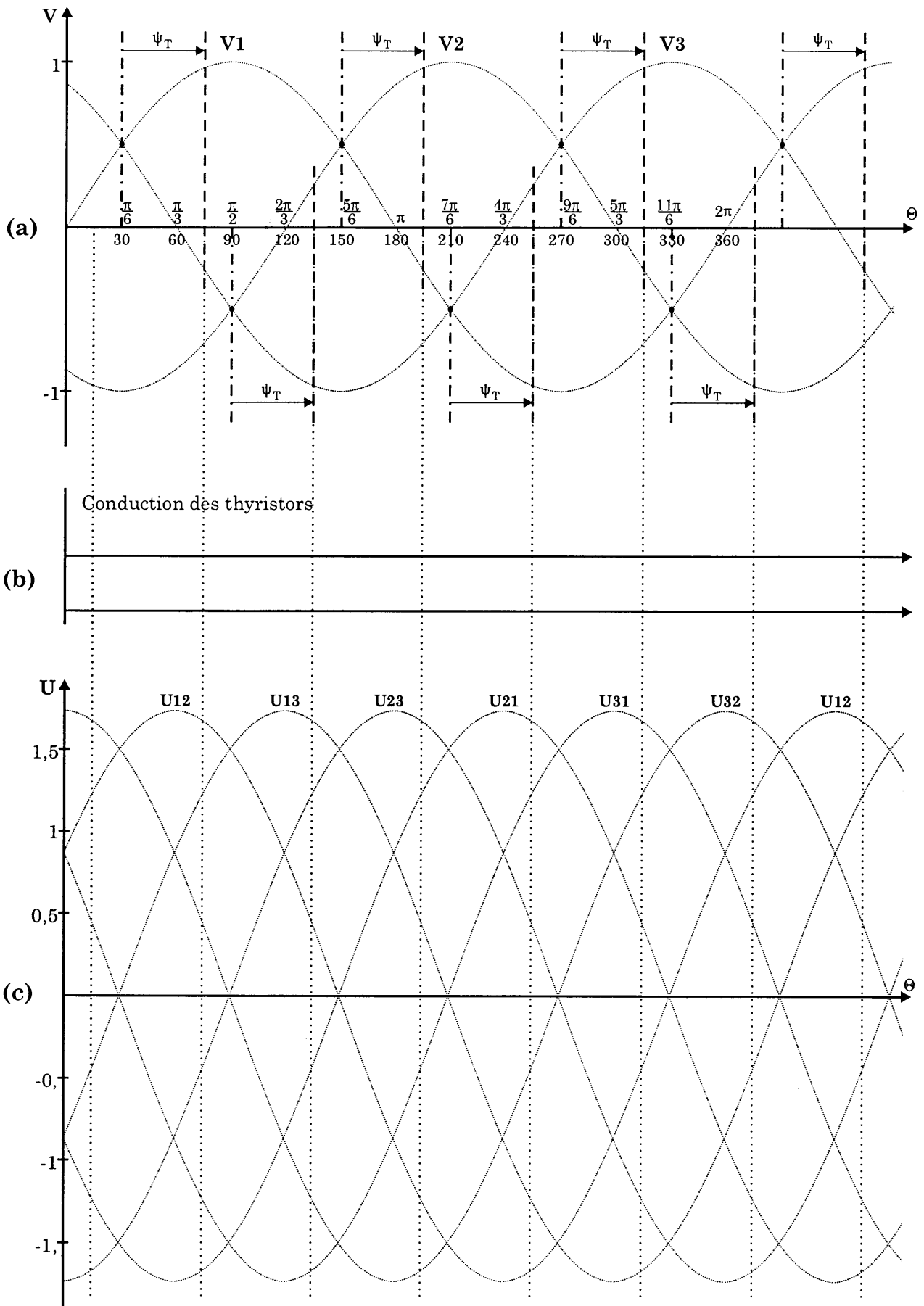
Moment d'inertie J en fonction du rayon



Moment d'inertie J en fonction du temps

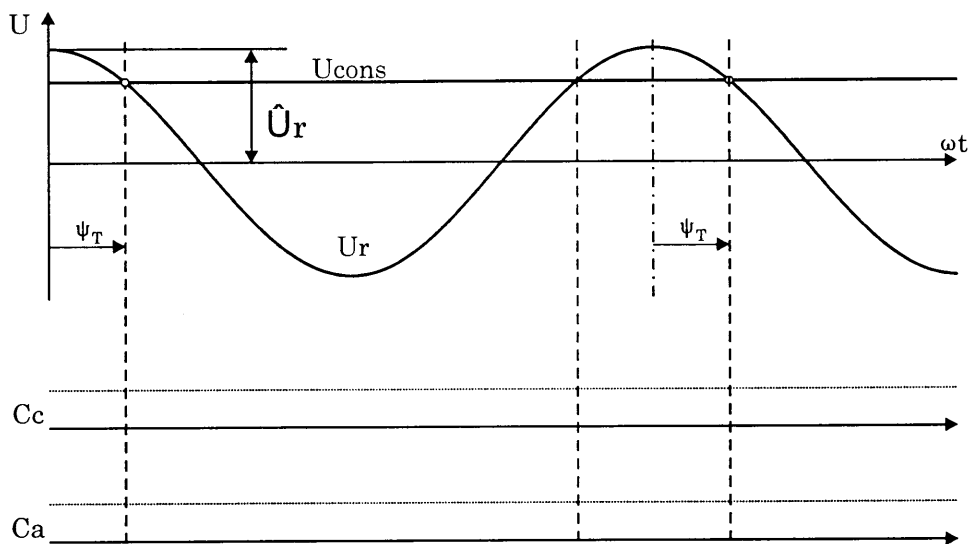


DOCUMENT REPONSE DR2

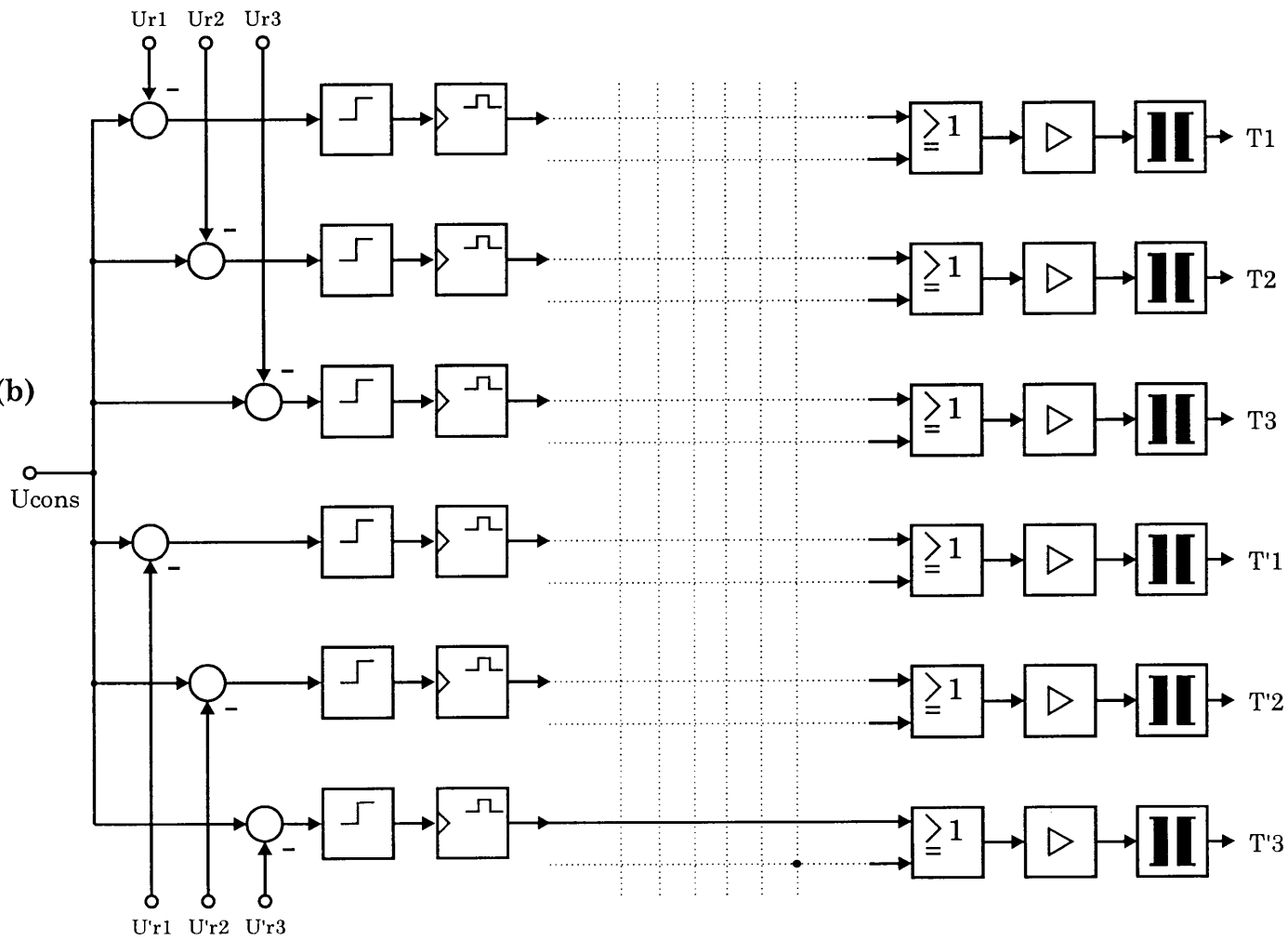


DOCUMENT REPONSE DR3

(a)

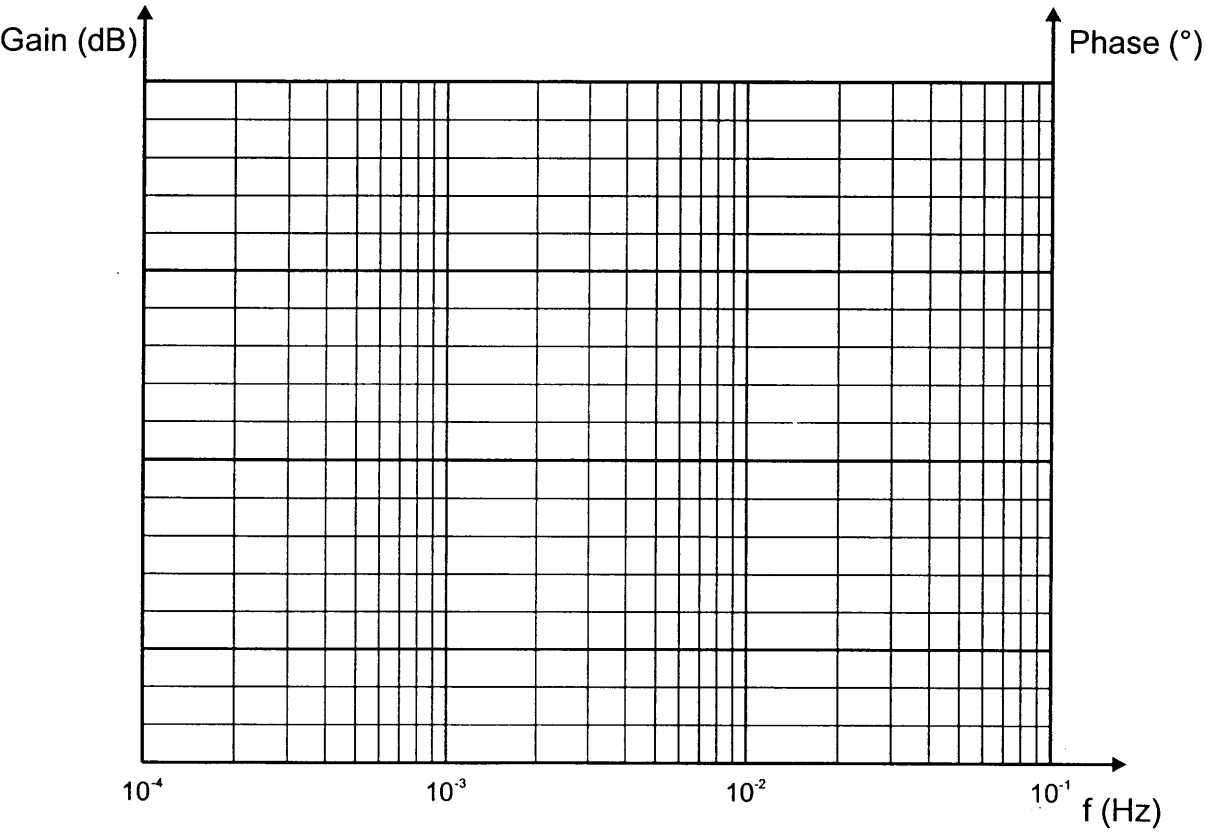
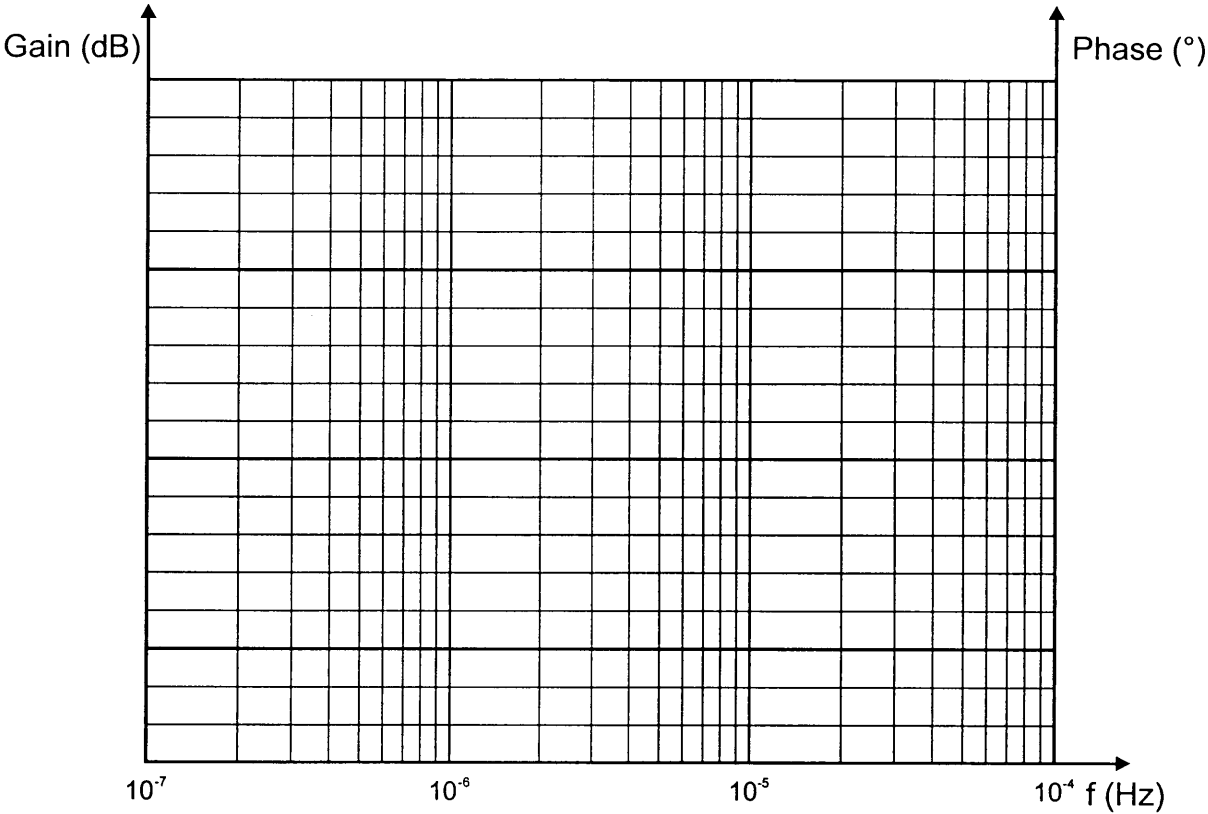


(b)



$U_{r1} =$	$U'_{r1} =$
$U_{r2} =$	$U'_{r2} =$
$U_{r3} =$	$U'_{r3} =$

DOCUMENT RÉPONSE DR4



ÉLÉMENTS DE CORRECTION DE LA SECONDE ÉPREUVE

OPTION A : Électronique et Informatique Industrielle

PARTIE 1

1 ÉTUDE MÉCANIQUE DE L'ENROULEUR

1.1 Étude du capteur de traction (pantin)

1.1.1 F en fonction de T

$$F1 = T \cdot \sqrt{2} \text{ et } F = F1 = T \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = T$$

Donc

$$F = T$$

1.1.2 Variation relative de résistance $\frac{dR}{R}$, calcul de K

$$R = \rho \frac{l}{s} \text{ le matériau est à volume constant soit : } s = \frac{V}{l} \text{ donc : } R = \rho \frac{l^2}{V}$$

$$\text{alors : } dR = \rho \frac{2 \cdot l \cdot dl}{V}, \text{ d'où } \frac{dR}{R} = \rho \frac{2 \cdot l \cdot dl}{V} \cdot \frac{V}{\rho \cdot l^2} = 2 \cdot \frac{dl}{l}$$

Donc

$$K = 2$$

1.1.3 Pont de mesure avec des amplificateurs idéaux. Calcul de V_A et V_B , rôle de A2. V_C et V_D en fonction de V_{ref} , R et dR . Relation V_2 fonction de T .

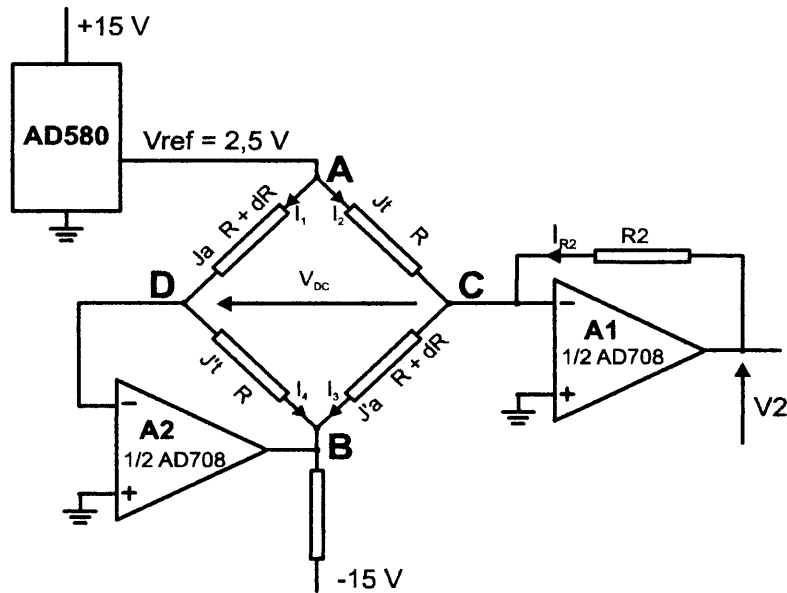
On a $V_A = V_{ref}$. Par ailleurs, l'amplificateur A2 ayant une impédance d'entrée très élevée, son courant d'entrée est négligeable. Alors dans le pont $I_1 = I_4$.

$$\text{D'où } I_1 = \frac{V_{ref} - V_B}{2R + dR}. \text{ Donc } V_D = V_B + R \cdot \frac{V_{ref} - V_B}{2R + dR} = \frac{V_B \cdot (R + dR) + V_{ref} \cdot R}{2R + dR}$$

Mais V_D est appliqué à l'entrée inverseuse de A2, l'entrée non inverseuse étant à la masse. Comme l'amplificateur est supposé idéal, il n'a pas de tension d'offset à l'entrée. D'où $V_D = 0$.

$$V_B = - \frac{R}{R + dR} \cdot V_{ref} \approx - V_{ref} \text{ Car } dR \text{ est négligeable devant } R.$$

L'amplificateur A2 a pour rôle d'asservir la tension du point B à celle du point A.



Calcul de V_2

A1 a une impédance d'entrée très élevée, donc : $I_3 = I_2 + I_{R2}$.

$$\frac{V_C - V_B}{R + dR} = \frac{V_{ref} - V_C}{R} + \frac{V_2 - V_C}{R_2}, \text{ soit } V_C \cdot \left(\frac{1}{R + dR} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{V_B}{R + dR} + \frac{V_{ref}}{R} + \frac{V_2}{R_2}$$

Mais $V_C = 0$ (pas d'offset), d'où : $\frac{-V_B}{R + dR} = \frac{V_{ref}}{R} + \frac{V_2}{R_2}$. Soit en remplaçant V_B par sa valeur trouvée

précédemment, on obtient : $\frac{R}{(R + dR)^2} \cdot V_{ref} = \frac{V_{ref}}{R} + \frac{V_2}{R_2}$

Cette expression donne V_2 en fonction de R , dR , R_2 et V_{ref} .

$$\frac{R}{(R + dR)^2} = \frac{1}{R \left[1 + 2 \frac{dR}{R} + \left(\frac{dR}{R} \right)^2 \right]}$$

Elle peut se simplifier en utilisant le fait que dR est très petit devant R . À fortiori $(dR)^2$ l'est encore plus par rapport à R^2 , par conséquent on néglige $\left(\frac{dR}{R} \right)^2$ devant les autres termes et on fait un développement limité au premier ordre :

$$\frac{R}{(R + dR)^2} \approx \frac{1}{R} \cdot \left(1 - 2 \frac{dR}{R} \right)$$

Soit en remplaçant dans l'équation donnant V_2 :

$$V_2 = -2 \cdot \frac{R_2}{R} \cdot \left(\frac{dR}{R} \right) \cdot V_{ref}$$

on remplace $\frac{dR}{R}$ par sa valeur en fonction de $\frac{dl}{l}$

$$V_2 = -4 \cdot \frac{R_2}{R} \cdot \left(\frac{dl}{l} \right) \cdot V_{ref}. \text{ En posant } K_1 = \text{coefficient d'allongement du barreau} = 1,5 \cdot 10^{-7} / N, \text{ on}$$

obtient la relation finale :

$$V_2 = -4 \cdot \frac{R_2}{R} \cdot V_{ref} \cdot K_I \cdot T$$

1.1.4 Valeur de R2 pour obtenir une tension V2 de -1 V/kN.

On veut $V_2 = -1$ V pour $T = 1$ kN

$$R_2 = \frac{-V_2 \cdot R}{4 \cdot V_{ref} \cdot K_I \cdot T} = \frac{1.350}{4.2,5 \cdot 1,5 \cdot 10^{-7} \cdot 10^3} = \frac{350}{1,5} \cdot 10^3 \Omega$$

$$R_2 \approx 233 \text{ k}\Omega$$

1.1.5 Influence des tensions d'offset des amplificateurs

Si on tient compte de la tension d'offset présente à l'entrée des amplificateurs, les tensions V_C et V_D ne sont plus égales à 0. En effet :

$V_C = V_{off1}$ et $V_D = V_{off2}$ car les entrées positives des amplificateur sont à la masse.

On a établi ci-dessus les expressions de V_C et V_D :

$$V_C \left(\frac{1}{R+dR} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{V_B}{R+dR} + \frac{V_{ref}}{R} + \frac{V_2}{R_2}$$

$$V_D = V_{off2} = \frac{V_B \cdot (R+dR) + V_{ref} \cdot R}{2R+dR}$$

De l'expression de V_D on en déduit $V_B = -\frac{R}{R+dR} \cdot V_{ref} + \frac{2R+dR}{R+dR} \cdot V_{off2} \approx -V_{ref} \left(1 - \frac{dR}{R} \right) + 2 \cdot V_{off2}$

Pour V_C , on simplifie quelque peu. En effet, on a vu ci-dessus que R_2 est bien plus élevée que R .

Donc $\frac{1}{R_2} \gg \frac{1}{R}$. Par ailleurs, on peut ici négliger dR devant R dans la partie gauche. Par contre dans

l'expression $\frac{V_B}{R+dR}$, il faut se méfier d'une simplification trop hâtive. En effet, après remplacement

de V_B par sa valeur, $\frac{V_{ref}}{R}$ **se simplifie**. Compte tenu de ces remarques :

$$2 \cdot \frac{V_{off1}}{R} = \frac{V_{ref}}{R} \cdot \left(1 - \frac{dR}{R} \right)^2 + 2 \cdot \frac{V_{off2}}{R} + \frac{V_{ref}}{R} + \frac{V_2}{R_2}. \text{ Après avoir développé } \left(1 - \frac{dR}{R} \right)^2 \text{ et négligé } \left(\frac{dR}{R} \right)^2$$

$$V_2 = -\frac{R_2}{R} \cdot 2 \frac{dR}{R} \cdot V_{ref} + 2 \cdot \frac{R_2}{R} \cdot (V_{off1} - V_{off2}) \quad V_2 = -4 \cdot \frac{R_2}{R} \cdot V_{ref} \cdot K_I \cdot T + 2 \cdot \frac{R_2}{R} \cdot V_{off.match}$$

On retrouve bien l'expression de V_2 en fonction de $\frac{dR}{R}$, trouvée au § 1.1.3, à laquelle s'ajoute la

contribution de la **différence entre les deux tensions d'offset** des amplificateurs. Cette différence est $V_{off.match}$ donné par le constructeur du circuit. L'erreur absolue due à $V_{off.match}$ est :

$\Delta V_2 = 2 \cdot \frac{R_2}{R} \cdot V_{off.match}$; elle est constante. L'erreur relative est d'autant plus grande que T est petit.

Elle vaut $\frac{\Delta V_2}{V_2} = \frac{V_{off.match}}{V_{ref}} \cdot \frac{1}{2 \cdot K_I \cdot T}$

A.N.

Avec la valeur de R_2 calculée ci-dessus, l'erreur absolue due à $V_{\text{off.match}}$ est :

$$\Delta V_2 = 2 \cdot \frac{R_2}{R} \cdot V_{\text{off.match}} = \frac{2.233 \cdot 10^3 \cdot 50 \cdot 10^{-6}}{350} = 66,7 \text{ mV}$$

et l'erreur relative est : $\frac{66,7 \cdot 10^{-3}}{10} = 0,67 \%$, pour $T = 10 \text{ kN}$.

1.1.6 Fonction de transfert de ce filtre $T(p) = f(R_1, R_2, R_3, C_1, C_2, p)$. Calcul de C_1 et C_2

$$\text{Au noeud N1 : } I_{R1} + I_{R3} + I_{R2} + I_{C1} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{V_2 - V_3}{R_1} + \frac{V_s - V_3}{R_3} - V_3 \cdot C_1 \cdot p - \frac{V_3}{R_2} = 0$$

$$\text{Au noeud N2 : } I_{C2} = I_{R2} + 0 \quad \Rightarrow \quad V_s \cdot C_2 \cdot p = -\frac{V_3}{R_2}, \text{ soit } V_3 = -V_s \cdot R_2 \cdot C_2 \cdot p$$

En remplaçant V_3 par sa valeur, au noeud N1 il vient :

$$\frac{V_2 + V_s \cdot R_2 \cdot C_2 \cdot p}{R_1} + \frac{V_s + V_s \cdot R_2 \cdot C_2 \cdot p}{R_3} + V_3 \cdot R_2 \cdot (C_2 \cdot p) \cdot (C_1 \cdot p) + \frac{V_3 \cdot R_2 \cdot C_2 \cdot p}{R_2} = 0$$

$$\frac{V_s}{V_2} = \frac{-\frac{1}{R_1}}{\frac{R_2 \cdot C_2 \cdot p}{R_1} + \frac{1}{R_3} + R_2 \cdot C_2 \cdot C_1 \cdot p^2 + C_2 \cdot p} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_s}{V_2} = \frac{-\frac{R_3}{R_1}}{1 + \left(R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} \right) \cdot C_2 \cdot p + R_3 \cdot R_2 \cdot C_2 \cdot C_1 \cdot p^2}$$

D'où l'on tire :

$$\frac{V_s}{V_2} = -\frac{R_3}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + \left(R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} \right) \cdot C_2 \cdot p + R_3 \cdot R_2 \cdot C_2 \cdot C_1 \cdot p^2}$$

Dans le cas où les 3 résistances sont de valeurs égales R :

$$\frac{V_s}{V_2} = -\frac{1}{1 + 3 \cdot R \cdot C_2 \cdot p + R^2 \cdot C_2 \cdot C_1 \cdot p^2}$$

Par identification avec l'équation théorique, on tire :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R^2 \cdot C_1 \cdot C_2}} = \frac{1}{R \cdot \sqrt{C_1 \cdot C_2}} \quad \tau = R \cdot \sqrt{C_1 \cdot C_2} \quad m = \frac{3 \cdot R \cdot C_2}{2 \cdot R \cdot \sqrt{C_1 \cdot C_2}} = \frac{3}{2} \cdot \sqrt{\frac{C_2}{C_1}}$$

On souhaite $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$, donc $\frac{3}{2} \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, soit $\frac{C_2}{C_1} = \frac{2}{9}$. En remplaçant C_1 par sa valeur en fonction de

C_2 et en reportant dans l'équation de f_0 , on obtient $2\pi f_0 = \frac{\sqrt{2}}{3 \cdot R \cdot C_2}$. Comme on désire $f_0 = 1 \text{ kHz}$ et

qu'on se donne des résistances de valeur $R = 100 \text{ k}\Omega$, on en déduit :

$$C_2 = 0,75 \text{ nF}$$

Il vient alors :

$$C_1 = 3,38 \text{ nF}$$

1.2 Variation des caractéristiques de la bobine à vitesse linéaire constante

1.2.1 Expressions temporelles du rayon R et de Ω_M en fonction de v , e , t et R_0

En un temps dt , il entre une section $e \cdot dx = e \cdot v \cdot dt$. Celle de la bobine augmente de $2 \cdot \pi \cdot R \cdot dR$.

$e \cdot v \cdot dt = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot dR$, d'où

$$R = \sqrt{\frac{e \cdot v \cdot t}{\pi} + R_0^2}$$

$$\Omega = \frac{v}{R} = \frac{v}{\sqrt{\frac{e \cdot v \cdot t}{\pi} + R_0^2}}$$

1.2.2 Temps mis pour réaliser une bobine

Avec un rayon final $R = 1,25 \text{ m}$: $t = 2835 \text{ s}$

Tracés : Voir Document réponse DR1.

1.2.3 Expression du moment d'inertie du papier par rapport à l'axe de rotation de l'ensemble en fonction de δ , l , R et R_0

$$dJ_p = dm \cdot R^2 = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot dR \cdot l \cdot \rho \cdot R^2 = 2 \cdot \pi \cdot l \cdot \rho \cdot R^3 \cdot dR$$

$$J = J_0 + J_p = 140 + J_p.$$

Tracés : Voir Document réponse DR1.

1.2.4 Expression temporelle et fonction de R du moment d'inertie du papier J_p

$$J_p = \frac{\pi \cdot \rho \cdot l}{2} \cdot \left[\left(\frac{e \cdot v \cdot t}{\pi} + R_0^2 \right)^2 - R_0^4 \right] = \frac{\rho \cdot l \cdot e \cdot v \cdot t}{2} \cdot \left[\frac{e \cdot v \cdot t}{\pi} + 2 \cdot R_0^2 \right]$$

Tracés : Voir Document réponse DR1.

1.2.5 Expression du couple accélérateur C_{ACC} , en fonction de R

$$C_{acc} = J \frac{d\Omega}{dt} + \Omega \frac{dJ}{dt} \text{ avec } J = J_0 + J_p$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{d\left(v \cdot \left(\frac{e v t}{\pi} + R_0^2\right)^{\frac{1}{2}}\right)}{dt} = -\frac{e \cdot v^2}{2\pi} \left(\frac{e \cdot v \cdot t}{\pi} + R_0^2\right)^{-\frac{3}{2}} = -\frac{e \cdot v^2}{2\pi \cdot R^3}$$

$$\text{d'où } (J_p + J_0) \frac{d\Omega}{dt} = -\frac{e \cdot v^2 \cdot \rho \cdot l}{4 \cdot R^3} (R^4 - R_0^4) - J_0 \cdot \frac{e \cdot v^2}{2\pi \cdot R^3}$$

$$\text{et } \frac{dJ}{dt} = \frac{d\left(\frac{\rho \cdot l \cdot e \cdot v \cdot t}{2} \cdot \left(\frac{e \cdot v \cdot t}{\pi} + 2 \cdot R_0^2\right)\right)}{dt} = \rho \cdot l \cdot e \cdot v \cdot \left(\frac{e \cdot v \cdot t}{\pi} + R_0^2\right) = \rho \cdot l \cdot e \cdot v \cdot R^2$$

$$\Omega \frac{dJ}{dt} = \frac{v}{R} \cdot \frac{dJ}{dt} = \rho \cdot l \cdot e \cdot v^2 \cdot R$$

$$\text{Soit finalement : } C_{acc} = e \cdot v^2 \cdot \left[\frac{\rho \cdot l}{4} \left(5R - \frac{R_0^4}{R^3} \right) - \frac{J_0}{2\pi \cdot R^3} \right]$$

Application numérique

Pour $R = R_0 = 0,25 \text{ m}$: $C_{ACC} = -9,7 \text{ Nm}$

Pour $R = R_1 = 1,25 \text{ m}$: $C_{ACC} = 198 \text{ Nm}$

1.3 Mise en vitesse et arrêt de la bobine

1.3.1 Valeur du couple à appliquer au mandrin de la bobine au départ

On néglige la variation du moment d'inertie (qui est très faible, d'après ce qu'on a vu dans la partie précédente) ; donc : $C = T \cdot R_0 + J_0 \frac{d\Omega}{dt} = T \cdot R_0 + \frac{J_0}{R_0} \cdot \frac{dv}{dt}$

$$\text{A.N.} \quad C = 2000 + 560 = 2560 \text{ Nm}$$

1.3.2 Valeur du couple à appliquer au mandrin de la bobine à la fin

De même que ci-dessus, on néglige la variation du moment d'inertie par rapport au temps,

$$\text{donc : } C = T \cdot R + \frac{J}{R} \cdot \frac{dv}{dt}, \text{ avec } J = J_0 + J_p = J_0 + \frac{\pi \cdot \rho \cdot l}{2} \cdot (R^4 - R_0^4)$$

$$\text{A.N. : } J = 140 + 16724 = 16864 \text{ kgm}^2$$

$$C = 8000 \cdot 1,25 + \frac{16864}{1,25} \cdot (-1) = (10000 - 13491) \text{ Nm}$$

$$C = -3491 \text{ Nm}$$

Valeur négative : le variateur devra être réversible en courant.

1.4 Dimensionnement du moteur d'entraînement de l'enrouleur

1.4.1 Caractéristiques mécaniques maximales du moteur (Couple en Nm et vitesse en tr/min)

$$\text{Couple maximum : } \frac{10000}{3} = 3333 \text{ Nm}$$

$$\text{Vitesse maximale : } 3 \cdot \frac{17,5}{0,25} = 210 \text{ rd/s soit } \mathbf{2005 \text{ min}^{-1}}$$

1.4.2 Plage de fonctionnement à flux nominal et à flux réduit en fonction du rayon R

Le moteur retenu fonctionnera à flux nominal pour les vitesses $\leq 1250 \text{ min}^{-1}$. Le rayon

$$\text{correspondant à une vitesse du moteur de } 1250 \text{ min}^{-1}, \text{ est : } R_1 = \frac{v}{\Omega_1} = \frac{17,5}{2\pi \cdot \frac{1250}{3.60}} = 0,40 \text{ m}$$

0,25 m < R < 0,40 m : flux variable (réduit)

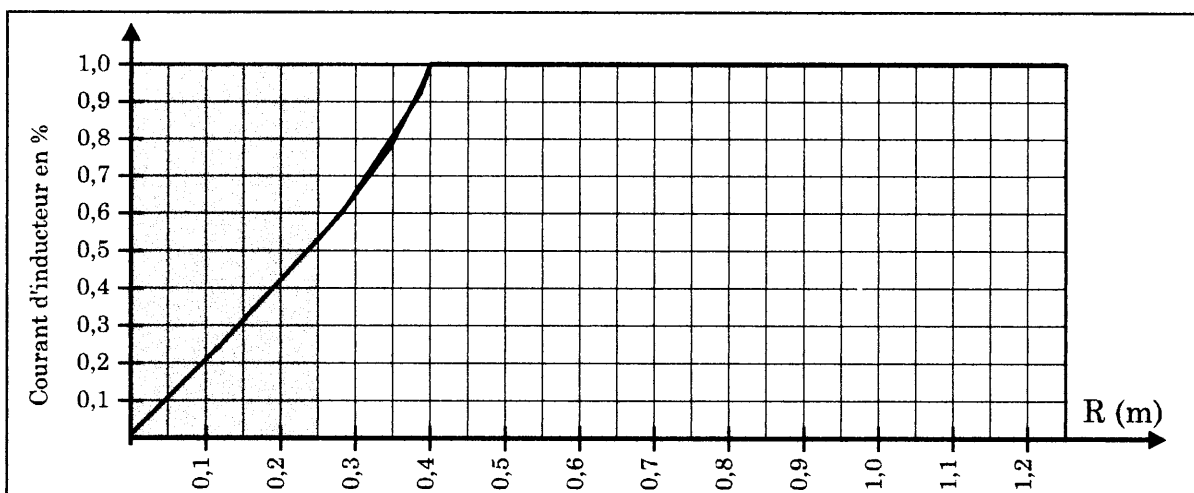
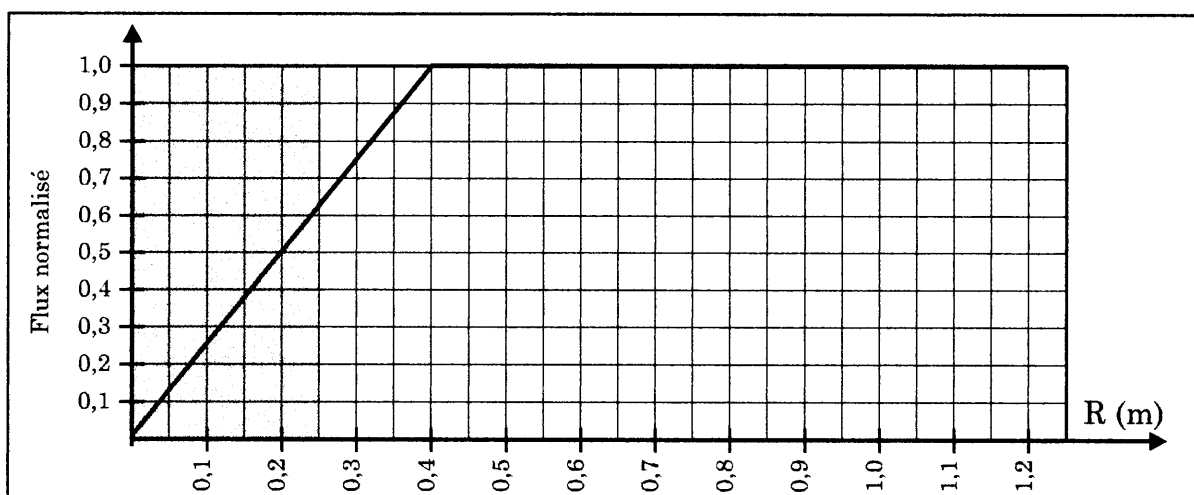
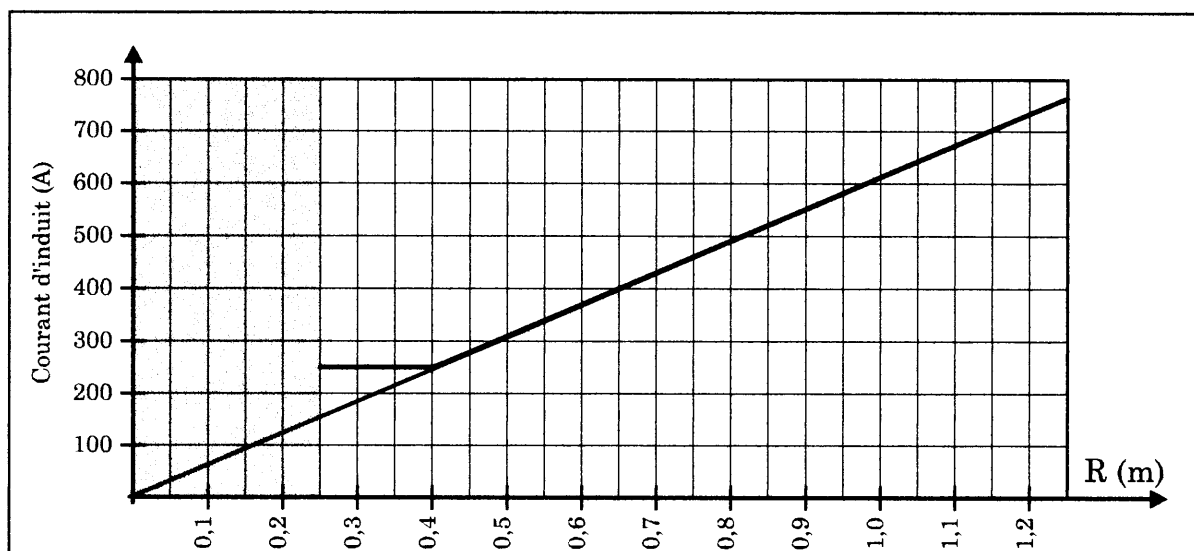
0,40 m < R < 1,25 m : flux constant nominal

1.4.3 Allures des caractéristiques suivantes : $I_{\text{INDUIT}} = f_1(t)$, $\Phi = f_2(t)$ et $I_{\text{INDUCTEUR}} = f_3(t)$

$$R > 0,40 \text{ m : } I = K \cdot C_M = K \cdot \frac{T \cdot R}{3} = k_1 \cdot R \quad \text{et } \Phi = \text{Cte} = \Phi_{\text{Nominal}}$$

$$R < 0,40 \text{ m : } \Omega = \frac{E}{K_2 \cdot \Phi} = \frac{v}{R} \text{ donc } \Phi = k_3 \cdot R \quad \text{et } I = \frac{C}{k_2 \cdot \Phi} = \frac{T \cdot R}{k_2 k_3 \cdot R} = \text{Cte}$$

Remarque : En fonctionnement à flux variable, la tension, donc la FEM du moteur est Cte.



Du fait de la non linéarité de la caractéristique Φ de I_{ex} .